

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. В.П. АСТАФЬЕВА

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ,
ПРОВОДИМЫХ УНИВЕРСИТЕТОМ САМОСТОЯТЕЛЬНО,
ПО МАТЕМАТИКЕ**

2009

Экзамен по математике в Красноярском государственном педагогическом университете им. В.П.Астафьева является вступительным испытанием, направленным на выявление уровня сформированности математического мышления абитуриентов и владения соответствующими математическими умениями и навыками, которые необходимы для успешного освоения различных курсов, включенных в программу базовой подготовки.

Программа составлена в соответствии с разработанными в 2000 году Министерством образования Российской Федерации «Примерными программами вступительных экзаменов в высшие учебные заведения Российской Федерации».

Программа по математике состоит из трёх разделов. Первый из них представляет собой перечень основных математических понятий и фактов, которыми должен владеть абитуриент (уметь правильно использовать их при решении задач, ссылаясь на теоремы). Во втором разделе указаны теоремы, которые надо уметь доказывать. В третьем разделе перечислены основные математические умения и навыки, которыми должен владеть экзаменуемый.

Программа составлена на базе курса математики средней школы. Не вошедшие в Программу сведения и факты также могут использоваться абитуриентом при решении задач, при условии, что он способен их пояснить и доказать.

На экзамене по математике абитуриент должен показать:

- 1) чёткое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой, умение доказывать эти теоремы;
- 2) умение точно и сжато выражать математическую мысль в устном и письменном изложении, использовать соответствующую символику;
- 3) уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

I. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ.

Арифметика, алгебра и начала анализа.

1. Натуральные числа N . Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа Z . Рациональные числа Q , их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Периодические дроби.
4. Действительные числа R , их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращённого умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
8. Логарифмы, их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трёхчлена.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.
12. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, чётность, нечётность.
13. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.
14. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$ ($n \in N$), арифметического корня, показательной $y = a^x$, $y = k/x$, логарифмической $y = \log_a x$, тригонометрических и обратных тригонометрических функций.
15. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
16. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.
17. Системы уравнений и неравенств. Решение систем.
18. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов прогрессии.
19. Тригонометрические функции угла. Основные соотношения между ними.
20. Формулы сложения тригонометрических функций.
21. Формулы синуса и косинуса двойного угла.
22. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).
23. Преобразование в произведение суммы $\sin(\alpha) \pm \sin(\beta)$, $\cos(\alpha) \pm \cos(\beta)$.
24. Выражение синуса и косинуса через тангенс половинного угла.
25. Обратные тригонометрические функции.
26. Определение производной. Её геометрический и физический смысл.
27. Производные функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = a^x$, $y = x^n$ ($n \in N$).

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.
2. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.
3. Векторы. Операции над векторами.
4. Многоугольники, его вершины, стороны, диагонали.
5. Треугольник. Медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

6. Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
7. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная и секущая к окружности. Дуга окружности. Сектор. Сегмент.
8. Центральные и вписанные углы.
9. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции, произвольного выпуклого четырехугольника.
10. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга, площадь сектора, площадь сегмента.
11. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.
12. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
13. Параллельность прямой и плоскости.
14. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.
15. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
16. Многогранники. Их вершины, рёбра, грани. Правильные многогранники. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Усеченная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
17. Фигуры вращения: цилиндр, конус, усеченный конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
18. Формула объёма параллелепипеда.
19. Формулы площади поверхности и объёма призмы.
20. Формулы площади поверхности и объёма пирамиды, усеченной пирамиды.
21. Формулы площади поверхности и объёма цилиндра.
22. Формулы площади поверхности и объёма конуса, усеченного конуса.
23. Формулы площади сферы и объёма шара.

II. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ.

Алгебра и начала анализа.

1. Свойства функции $y = kx + b$ и её график.
2. Свойства функции $y = k/x$ и её график.
3. Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и её график.
4. Формула корней квадратного уравнения.
5. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители.
6. Теорема Виета.
7. Формулы сокращённого умножения.
8. Свойства числовых неравенств.
9. Формулы общего члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.

10. Формулы общего члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии.
11. Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. Свойства арифметических корней n -ой степени. Свойства степеней с рациональными показателями.
12. Логарифмы произведения, степени, частного. Основное логарифмическое тождество. Формула перехода к новому основанию.
13. Свойства показательной и логарифмической функций и их графики.
14. Определение и свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$ их графики.
15. Определение и свойства обратных тригонометрических функции $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$, $y = \operatorname{arcctg} x$ и их графики.
16. Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.
17. Формулы приведения.
18. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
19. Тригонометрические функции двойного и половинного аргумента.
20. Основное тригонометрическое тождество. Формулы суммы и разности тригонометрических функций. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму.

Геометрия

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства точек, равноудалённых от концов отрезка.
3. Признаки параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
5. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойство средней линии треугольника.
6. Теорема синусов и косинусов для треугольника.
7. Теорема Фалеса.
8. Свойство биссектрисы угла.
9. Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.
10. Признаки параллелограмма, его свойства.
11. Свойства средней линии трапеции.
12. Окружность, описанная около треугольника.
13. Окружность, вписанная в треугольник.
14. Касательная и секущая к окружности и их свойства.
15. Свойство пересекающихся хорд.
16. Величина угла, вписанного в окружность.
17. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность.
18. Свойство четырехугольника, описанного около окружности.
19. Признаки подобия треугольников.
20. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

21. Теорема Пифагора.
22. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.
23. Признак параллельности прямой и плоскости.
24. Признак параллельности плоскостей.
25. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
26. Перпендикулярность двух плоскостей.
27. Теоремы о перпендикулярности и параллельности двух плоскостей.
28. Теоремы о параллельных прямых в пространстве.
29. Теорема о трёх перпендикулярах.

III. ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ.

Экзаменуемый должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами или таблицами для производства вычислений.
2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.
4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
6. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
7. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии при решении геометрических задач.
8. Проводить на плоскости операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.

Пользоваться понятием производной при исследовании функции на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функции. Шкала оценивания устного ответа по математике

<i>Критерии оценивания</i>	<i>В полной мере</i>	<i>Допущены мелкие погрешности</i>	<i>Допущены существенные погрешности</i>
Полнота раскрытия содержания материала в объеме, предусмотренном программой и учебниками.	35	25	0
Изложение материала грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности.	30	20	0
Правильное выполнение рисунков, чертежей, графиков, сопутствующих ответу.	15	5	0
Умение иллюстрировать теорию конкретными примерами, применять ее в новой ситуации при выполнении практического задания.	10	5	0
Самостоятельность ответов, без наводящих вопросов экзаменатора.	10	5	0

Шкала оценивания письменного ответа по математике

<i>Критерии оценивания</i>	<i>В полной мере</i>	<i>Допущены мелкие погрешности</i>	<i>Допущены существенные погрешности</i>
Приведена верная последовательность всех шагов решения.	30	20	0
Использованы верные формулы, теоремы, свойства.	30	20	0
Все преобразования и вычисления выполнены верно.	30	20	0
Получен верный ответ.	10	0	0